Espaces de représentation des couleurs

Le test d'Ishihara

Ce test, inventé en 1917 par Shinobu Ishihara, est un recueil de 38 planches utilisé pour dépister les anomalies de la vision des couleurs dont quelques exemples sont illustrés figure 1.

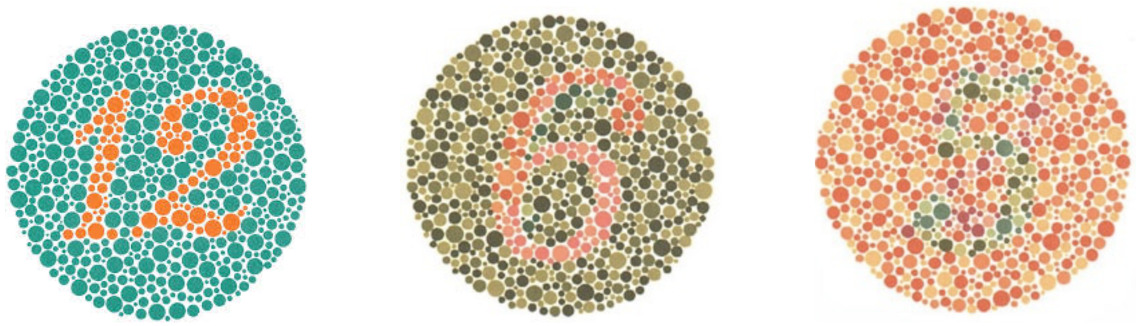

FIGURE 1 – Test Ishihara : Exemples de planches

Ces tests composés de planches « pseudoisochromatiques » sont les plus fréquemment utilisés pour la détection des déficiences congénitales des teintes rouge et verte. Quelques-uns testent aussi les anomalies concernant la perception du bleu.

Exercice 1 - Corrélations et contrastes des planches RVB

Le script `exercice_1.m` lit l'image `ishihara-0.png` codée en RVB (Rouge, Vert, Bleu) et la stocke dans une matrice tridimensionnelle `I` de taille $hauteur \times largeur \times 3$. On peut séparer cette matrice en trois sous-matrices bidimensionnelles appelées canaux : `R` = `I(i,j,1)` pour le canal rouge, `V` = `I(i,j,2)` pour le canal vert, et `B` = `I(i,j,3)` pour le canal bleu. Chacun d'entre eux est composé d'entiers compris entre 0 et 255, qui représentent l'intensité lumineuse du pixel situé sur la ligne `i` et la colonne `j`. De part leur dénomination, chaque canal apporte donc une part de couleur à l'image, que ce soit du rouge, du vert ou du bleu.

En affichant les matrices `I`, `R`, `V` et `B` sous forme d'images, on observe que les images sont similaires et on distingue un motif dans les nuances de rouge. Dans une seconde fenêtre, les pixels sont considérés comme des points de $\mathbb{R}^3$ que l'on affiche dans un repère dont les axes correspondent aux trois niveaux de couleur. Ils forment un faisceau allongé suivant plusieurs directions, ce qui confirme l'observation précédente, à savoir que les trois canaux sont fortement corrélés.

— Complétez ce script de manière à calculer la matrice Σ, notée par la suite `Sigma`, de variance/covariance des variables aléatoires correspondant aux trois canaux R, V et B (matrice de taille 3×3).
Attention! N'oubliez pas de **centrer** la matrice `X` des données et **sans utiliser** les fonctions `var` et

`covar` de Matlab qui appliquent des prétraitements aux données.

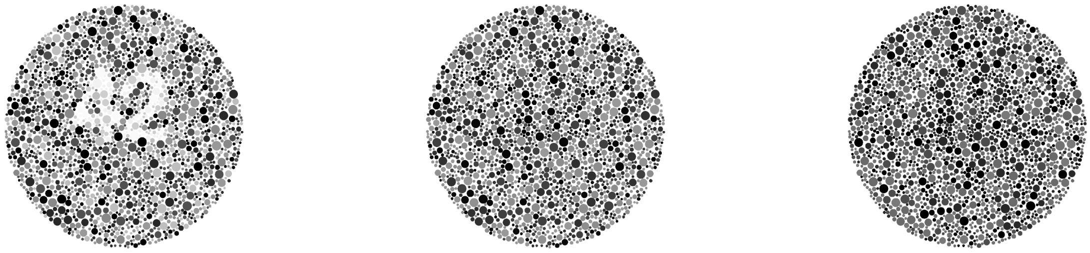

FIGURE 2 – De gauche à droite : les canaux R, V et B de l'image.

Le **coefficient de corrélation linéaire** $r_{YZ} \in [-1,1]$ entre deux canaux Y et Z s'écrit sous la forme $r_{YZ} = \sigma_{YZ}/(\sigma_Y * \sigma_Z)$, où σ_Y et σ_Z désignent respectivement l'écart-type de Y et de Z, et σ_{YZ} la covariance entre Y et Z. D'autre part, la **proportion de contraste** dans le canal Y s'écrit sous la forme $c_Y = \sigma_Y^2/(\sigma_R^2+\sigma_V^2+\sigma_B^2)$, où σ_Y^2 désigne la variance de Y.

— Terminez l'écriture du script `exercice_1.m` en calculant les coefficients de corrélation linéaire et les proportions de contraste de cette image (optionnel : utilisez la fonction `fprintf` pour l'affichage). **Attention!** Ne confondez pas écart-type et variance.

Exercice 2 - Analyse en Composantes Principales

Effectuez une copie du script `exercice_1.m`, de nom `exercice_2.m`, que vous modifierez de manière à effectuer l'ACP des données contenues dans la matrice `X`.

La matrice `Sigma` de variance/covariance est symétrique et réelle. Elle admet donc une base orthonormée de vecteurs propres.

— Calculez ses valeurs propres et vecteurs propres à l'aide de l'appel à la fonction : `[W,D] = eig(Sigma)`. Les valeurs propres de `Sigma` sont stockées sur la diagonale de la matrice `D`.

— Triez ces valeurs par ordre décroissant, à l'aide des fonctions `diag` et `sort` de Matlab (avec l'option `'descend'` pour un tri décroissant). Les vecteurs propres de `Sigma`, appelés aussi **vecteurs principaux** dans le cas de l'ACP, sont stockés sur les trois colonnes de la matrice `W`. La matrice `W` est donc orthogonale (son inverse est égale à sa transposée) et constitue la matrice de passage entre le repère RVB et celui des composantes principales.

— Calculez la matrice `C` des **composantes principales** des pixels comme la projection de l'image de départ `I` par la matrice de passage `W`.

— **Attention!** N'oubliez pas de trier les colonnes de `W` pour qu'elles coïncident à nouveau avec leurs valeurs propres de `Sigma` triées précédemment.

— Affichez les trois colonnes de la matrice `C` sous forme d'images avec les fonctions `reshape` et `size` de Matlab.

— Calculez les coefficients de corrélation linéaire et les proportions de contraste dans le nouveau repère ainsi que la proportion de contraste obtenue par projection sur la première composante principale.

— Commentez (on pourra également tenter d'analyser le nouveau nuage de points dans l'espace des trois composantes principales).

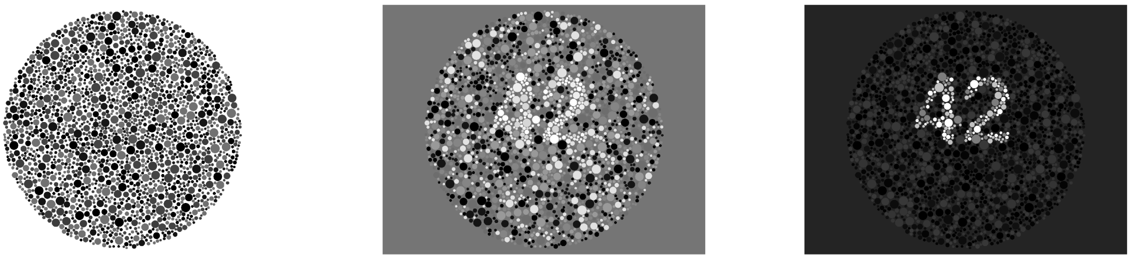

FIGURE 3 – De gauche à droite : les $1^{ère}$, $2^{ème}$ et $3^{ème}$ composantes principales de l'image.

Interprétation

Le but du test de Ishihara est d'identifier les personnes qui ne distinguent pas, dans une image de luminance à peu près uniforme, un motif n'apparaissant que dans les chrominances. Il est donc voulu que l'on ne distingue le motif que dans la deuxième et/ou la troisième composante(s) principale(s).

Comment est-ce possible puisque le contraste est censé être maximal dans la première composante principale ?
S. Ishihara a justement créé des images de sorte que le contraste soit faible entre les couleurs du motif et celles du reste de l'image, alors qu'il y a un fort contraste dans la luminance, grâce au fait que ses images contiennent beaucoup de pixels blancs (entre les taches colorées).

Exercice 3 - Quizz

Des symboles de la culture Geek se cachent dans des mosaïques d'Ishihara (archive Quizz_ GroupeXX.zip)
Utilisez l'ACP pour les faire apparaître et à vous de les identifier !