Introduction aux communications numériques
Etude de l'interférence entre symbole et du critère de Nyquist

Première année - Département Sciences du Numérique

2020-2021

1 Introduction

Ce deuxième travail va être dédié à l'étude des interférences entre symboles dans une chaine de transmission et à l'intérêt d'y respecter le critère de Nyquist.
Pour cela, vous allez devoir implanter deux chaines de transmission en bande de base sans bruit et les analyser en vous focalisant sur les interférences entre symboles : leur impact sur la transmission et l'influence du respect ou du non respect du critère de Nyquist.

2 Schéma général des chaines de transmission à étudier

Elles seront composées des éléments suivants :

2.0.1 Information binaire à transmettre

La génération de l'information binaire à transmettre (bits 0 et 1 équiprobables et indépendants) pourra être réalisée grâce à la fonction *randi* de Matlab.

2.0.2 Mapping

Un mapping devra être réalisé afin de passer de l'information binaire aux symboles a_k. On considèrera, pour les deux chaines à étudier, un mapping binaire à moyenne nulle : symboles $a_k \in \{-1, 1\}$.

2.0.3 Suréchantillonnage

La suite d'impulsions de Dirac espacées de la durée symbole T_s et pondérées par les symboles a_k issus du mapping sera générée, en numérique, en insérant $N_s - 1$ zéros entre deux symboles a_k, si N_s représente le nombre d'échantillons utilisés par symbole (ou facteur de suréchantillonnage : $T_s = N_s T_e$, T_e étant la période d'échantillonnage). N_s devra être déterminé pour satisfaire aux paramètres suivants :

- Fréquence d'échantillonnage : $F_e = 24000$ Hz,
- Débit binaire : $R_b = \frac{1}{T_b} = 3000$ bits par seconde.

2.0.4 Filtrage de mise en forme

La réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme sera, en numérique, représentée par un tableau de valeurs (ou coefficients) : $h = [h(0)h(1)...h(N-1)]$, si N représente l'ordre du filtre, en supposant que l'on considère un filtre de type RIF (à réponse impulsionnelle finie). Cette réponse impulsionnelle est un des élements qui va différer selon la chaine de transmission à implanter :

- Première chaine à étudier : on considèrera un filtre de mise en forme avec une réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s.
- Deuxième chaine à étudier : on considèrera un filtre de mise en forme avec une réponse impulsionnelle en racine de cosinus surélevé de roll off $\alpha = 0.5$.

La réponse impulsionnelle du filtre en racine de cosinus surélevé pourra être obtenue en utilisant la fonction *rcosdesign.m* de Matlab.
Le filtrage pourra être réalisé en utilisant la fonction *filter* de matlab : *signal_filtre=filter(h,1,signal_a_filtrer)*.

2.0.5 Canal de propagation

Nous considèrerons, dans ce travail, que le canal de propagation n'introduit pas de bruit. Il pourra par contre introduire un filtre, de réponse impulsionnelle h_c, qui sera également, en numérique, représentée par un tableau de valeurs (ou coefficients). Nous étudierons l'influence du bruit dans la troisième partie du cours.

2.0.6 Filtrage de réception

La réponse impulsionnelle du filtre de réception sera, elle aussi, représentée par un tableau de valeurs (ou coefficients) : $hr = [hr(0)hr(1)...hr(N-1)]$, si N représente l'ordre du filtre, en supposant que l'on considère un filtre de type RIF (à réponse impulsionnelle finie). Cette réponse impulsionnelle est un des élements qui va différer selon la chaine de transmission à implanter :

- Première chaine à étudier : on considèrera un filtre de mise en forme avec une réponse impulsionnelle rectangulaire de durée T_s.
- Deuxième chaine à étudier : on considèrera un filtre de mise en forme avec une réponse impulsionnelle en racine de cosinus surélevé de roll off $\alpha = 0.5$.

La réponse impulsionnelle du filtre en racine de cosinus surélevé pourra être obtenue en utilisant la fonction *rcosdesign.m* de Matlab.
Le filtrage pourra être réalisé en utilisant la fonction *filter* de matlab : *signal_filtre=filter(hr,1,signal_a_filtrer)*.

2.0.7 Echantillonnage

Le signal filtré devra être échantillonné à $n_0 + mN_s$ pour revenir au rythme symbole, n_0 représentant le numéro de l'échantillon à prélever dans la période T_s composée de N_s échantillons en numérique ($t_0 = n_0 T_e$ et $T_s = N_s T_e$). Vous aurez à choisir et à faire varier n_0. L'instant d'échantillonnage optimal n_0 pourra être déterminé grâce au tracé de la réponse impulsionnelle $g(t)$ de toute la chaine, ou encore grâce à un diagramme de l'oeil tracé sans bruit en sortie du filtre de réception.

2.0.8 Décisions

Un détecteur à seuil, avec seuil à zéro, devra être utilisé pour prendre les décisions. Cela pourra être réalisé, après échantillonnage à n_0+mN_s, en utilisant la fonction *sign.m* de Matlab qui retournera -1 si l'échantillon prélevé est négatif et $+1$ s'il est positif. La justification théorique de la décision utilisant un détecteur à seuil, ainsi que le choix du/des seuil(s) optimal(aux), seront abordés dans les vidéos de la partie suivante du cours.

2.0.9 Demapping

Un demapping devra être réalisé en vue de comparer les bits reçus aux bits émis dans l'objectif de calculer le taux d'erreur binaire de la transmission implantée. On pourra revenir au niveau binaire, à partir des décisions prises sur les symboles, de la manière suivante : *(symboles+1)/2* (applicable si le bit 0 a été remplacé par -1 et le bit 1 par $+1$ au moment du mapping, à adapter sinon).

3 Etudes à réaliser

Les études suivantes, avec et sans canal de propagation, devront être menées pour chacune des deux chaines de transmission proposées.

3.1 Etude sans canal de propagation : bloc modulateur/démodulateur

Vous allez devoir, dans un premier temps, implanter et étudier les chaines de transmission sans canal de propagation, c'est-à-dire sans bruit mais également sans filtrage introduit par le canal ($h_c(t) = \delta(t)$). Ce qui revient à étudier uniquement le bloc modulateur/démodulateur.

Pour chaque chaine à étudier :

1. Implantez le bloc modulateur/démodulateur.
2. Tracez la réponse impulsionnelle globale de la chaine de transmission, g. Vous pouvez utiliser la fonction *conv.m* de Matlab pour réaliser un produit de convolution.

3. Déterminez, à partir du tracé de g, l'instant n_0 optimal permettant d'échantillonner aux instants sans interférences entre symboles $n_0 + mN_s$.

4. Tracez le diagramme de l'oeil en sortie du filtre de réception. Vous pouvez utiliser pour cela l'instruction *plot(reshape(z,N_s,length(z)/N_s))*, si z représente le signal sans bruit en sortie du filtre de réception et que vous souhaitez tracer ce diagramme de l'oeil sur la durée N_s.

5. A partir du diagramme de l'oeil tracé retrouve t-on l'instant n_0 optimal ?

6. Echantillonnez le signal en sortie du filtre de réception à $n_0 + mN_s$ avec le n_0 optimal déterminé et vérifiez que le taux d'erreur binaire obtenu est bien égal à 0.

7. Echantillonnez le signal en sortie du filtre de réception à n_0+mN_s, avec $n_0 = 3$ pour la première chaine et $n_0 = 6$ pour la deuxième chaine. Estimez le taux d'erreur binaire de la transmission et expliquez le résultat obtenu.

3.2 Etude avec canal de propagation sans bruit

Nous allons maintenant considérer un canal de propagation à bande limitée BW mais qui n'introduit pas de bruit. Pour cela, pour chaque chaine à étudier, vous devez reprendre la chaine de transmission implantée précédemment, avec un échantillonnage aux instants optimaux, et ajouter un filtre passe-bas représentant le canal de propagation.

La réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bas peut être obtenue de la manière suivante :

$$hc = (2 * fc/Fe) * sinc(2 * fc * [-(N-1) * Te/2 : Te : (N-1) * Te/2])$$

où fc représente la fréquence de coupure (BW ici) et N l'ordre du filtre (voir le cours de traitement numérique du signal sur la synthèse de filtres RIF ou l'annexe).

1. Pour $BW = 4000$ Hz:
   - Représentez, sur la même figure, $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal. $|.|$ est donné par la fonction *abs.m* de Matlab et la transformée de Fourier par *fft.m*.
   - Le critère de Nyquist peut-il être vérifié sur cette chaine de transmission ? Expliquez votre réponse.
   - Tracez le diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception. A partir du diagramme de l'oeil tracé, pouvez-vous dire si le critère de Nyquist peut être respecté sur cette chaine de transmission ? Expliquez votre réponse.

2. Pour $BW = 1000$ Hz:
   - Représentez, sur la même figure, $|H(f)H_r(f)|$ et $|H_c(f)|$, où $H(f)$ est la réponse en fréquence du filtre de mise en forme, $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception et $H_c(f)$ la réponse en fréquence du filtre canal. $|.|$ est donné par la fonction *abs.m* de Matlab et la transformée de Fourier par *fft.m*.
   - Le critère de Nyquist peut-il être vérifié sur cette chaine de transmission ? Expliquez votre réponse.
   - Tracez le diagramme de l'oeil à la sortie du filtre de réception. A partir du diagramme de l'oeil tracé, pouvez-vous dire si le critère de Nyquist peut être respecté sur cette chaine de transmission ? Expliquez votre réponse.

4 Annexe : synthèse d'un filtre de type RIF

La synthèse de filtres RIF se compose des étapes suivantes :

1. On se donne une réponse en fréquences idéale, $H_I(f)$, du filtre à réaliser et un gabarit à respecter (limites autour de $H_I(f)$ dans lesquelles doit rester la réponse en fréquence du filtre réel, $H(f)$, qui sera non idéal). On travaille en numérique, on doit donc considérer que cette réponse en fréquence est périodique de période F_e (TF de la réponse impulsionnelle $h_I(t)$ échantillonnée à T_e). Elle est donc décomposable en série de Fourier :

$$H_I(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_I(k)\, e^{-j2\pi k \frac{f}{F_e}} \tag{1}$$

2. Les éléments de la réponse impulsionnelle idéale associée sont donnés par les coefficients de la série de Fourier :

$$h_I\left(k\right) = \frac{1}{F_e}\int_{-\frac{F_e}{2}}^{\frac{F_e}{2}} H_I(f)e^{+j2\pi k\frac{f}{F_e}}df \tag{2}$$

   $h_I(k)$ représente ici le $\text{k}^{\text{ième}}$ point de la reponse impulsionnelle $h_I(t)$ du filtre qui est échantillonnée avec une période d'échantillonnage $T_e = \frac{1}{F_e}$ (il s'agit en réalité de $h_I(kT_e)$).

3. La réponse impulsionnelle réelle sera, en numérique, représentée par un tableau de valeurs correspondant à une troncature de la réponse impulsionnelle idéale échantillonnée :

   - $[h_I(-N)...h_I(N)]$, en supposant que l'on conserve $2N+1$ éléments de $h_I(k)$ et que l'on utilise une fenêtre rectangulaire (fenêtre naturelle) de troncature.
   - $[h_I(-N)w(-N)...h_I(N)w(N)]$, en supposant que l'on conserve $2N+1$ éléments de $h_I(k)$ et que l'on utilise une fenêtre de troncature, w, de $2N+1$ échantillons : $[w(-N)...w(N)]$.

   Le nombre de points, $2N+1$, conservé sur la réponse impulsionnelle idéale pour former le tableau représentant la réponse impulsionnelle réelle est appelé *ORDRE* du filtre. Les éléments du tableau représentant la réponse impulsionnelle réelle sont appelés *COEFFICIENTS* du filtre. La synthèse va alors consister à déterminer l'ordre du filtre, ainsi que la fenêtre de troncature à utiliser, afin que celui-ci satisfasse au gabarit souhaité.